

## **Kategorie: U 2**

### **pro žáky 2. ročníků učebních oborů**

- 1) Cestující ve vlaku v polovině cesty usnul. Když se probudil, byla jeho vzdálenost od cíle polovinou vzdálenosti, kterou vlak urazil během jeho spánku. Jakou část cesty cestující prospal?
- 2) Jestliže odečtu od jistého čísla jeho čtyřnásobek, dostanu číslo o 12 větší, než bylo původní číslo. Jaké bylo to původní číslo?
- 3) Narýsujme 20 přímek v rovině procházejících jedním bodem. Jaký je největší počet pravých úhlů, které takto mohou vzniknout?
- 4) Řešte rovnici, určete podmínky řešení a proveďte zkoušku:
$$\frac{x - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - x} + \frac{8}{3} = 0$$
- 5) Rozdíl věku mezi Mášou a Dášou jsou čtyři roky. Máše je právě tolik let, kolik bude Dáši, až bude Máši třikrát tolik, jako bylo Dáši, když bylo Máši dvakrát tolik, kolik bylo Dáši, když Máši bylo půlkrát tolik, kolik je Dáši nyní. Kolik let je Dáši a Máši?

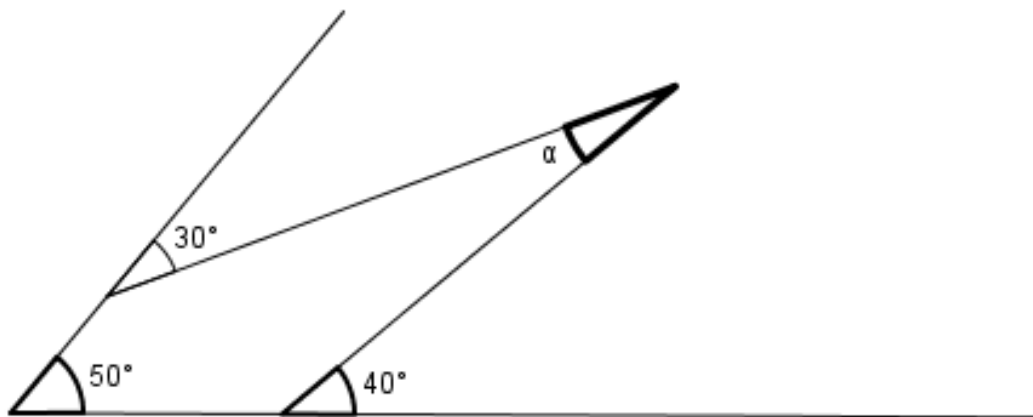
**Kategorie: U 3**  
**pro žáky 3. ročníků učebních oborů**

- 1) Miliarda eur v desetieurových bankovkách by vytvořila sloup o výšce 10 km. Jaká je tloušťka desetieurové bankovky?
- 2) Ve fotbalovém mužstvu z Dlouhé Třebové je 11 hráčů. Jejich průměrný věk je 22 let. Během zápasu musel jeden z hráčů pro zranění odstoupit. Průměrný věk zbývajících hráčů byl pak 21 let. Jak starý byl zraněný hráč?

- 3) Řešte rovnici, určete podmínky řešení a proveďte zkoušku:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 2$$

- 4) Určete velikost úhlu  $\alpha$  na obrázku.



- 5) Závodu v běhu na 100 m se účastní 625 závodníků. Závodní dráha má 5 běžeckých tratí a z každého rozběhu postupuje do další soutěže jen vítěz - ostatní závodníci jsou vyřazeni. Jaký minimální počet rozběhů je nutný k určení vítěze závodu?

Cestující ve vlaku v polovině cesty usnul. Když se probudil, byla jeho vzdálenost od cíle polovinou vzdálenosti, kterou vlak urazil během jeho spánku. Jakou část cesty cestující prospal?

Řešení:

Délka cesty ...  $d$

Část cesty, kterou cestující prospal ...  $x$

$$\frac{1}{2}d + x + \frac{1}{2}x = d$$

$$x = \frac{1}{3}d$$

**U2 / 2**

**10 b.**

Jestliže odečtu od jistého čísla jeho čtyřnásobek, dostanu číslo o 12 větší, než bylo původní číslo.  
Jaké bylo to původní číslo?

***Řešení:***

Sestavíme si rovnici, kde x bude neznámé číslo:

$$\begin{aligned}x - 4x &= x + 12 \\-4x &= 12 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{-3}\end{aligned}$$

**zk:**

$$L = -3 - (4 \cdot (-3)) = -3 - (-12) = 9$$

$$P = -3 + 12 = 9$$

Bylo to číslo -3.

Narýsujme 20 přímek v rovině procházejících jedním bodem. Jaký je největší počet pravých úhlů, které takto mohou vzniknout?

Řešení:

Protože přímky procházejí jediným bodem, může pravý úhel vzniknout pouze v případě dvou navzájem kolmých přímek. V takovém případě vzniknou právě 4 pravé úhly. Dvojic takových přímek je 10 a maximální počet pravých úhlů je tedy  $10 \times 4 = 40$ .

**U2 / 4****10 b.**

Řešte rovnici, určete podmínky řešení a proveďte zkoušku:

$$\frac{x - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - x} + \frac{8}{3} = 0$$

*Řešení:*

$$\frac{x - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - x} + \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow \frac{\frac{3x - 2}{3}}{\frac{3 - 2x}{2}} + \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow \frac{6x - 4}{9 - 6x} + \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow \frac{6x - 4}{3(3 - 2x)} + \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x - 4 + 8(3 - 2x) = 0 \Rightarrow 6x - 4 + 24 - 16x = 0 \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2$$

Podmínka:

$$x \neq \frac{3}{2}$$

Zkouška:

$$l(2) = \frac{2 - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - 2} + \frac{8}{3} = \frac{\frac{4}{3}}{-\frac{1}{2}} + \frac{8}{3} = -\frac{8}{3} + \frac{8}{3} = 0 = p(2) \Rightarrow K = \{2\}$$

Rozdíl věku mezi Mášou a Dášou jsou čtyři roky. Máše je právě tolik let, kolik bude Dáši, až bude Máši třikrát tolik, jako bylo Dáši, když bylo Máši dvakrát tolik, kolik bylo Dáši, když Máši bylo půlkrát tolik, kolik je Dáši nyní. Kolik let je Dáši a Máši?

*Řešení:*

Označíme-li věk Máši ....  $X$ , bude věk Dáši ....  $X - 4$

Sestavíme rovnici podle textu:

$$3 \left( 2 \left( \frac{1}{2} (x - 4) - 4 \right) - 4 \right) - 4 = x$$

$$3 \left( 2 \left( \frac{1}{2} x - 2 - 4 \right) - 4 \right) - 4 = x$$

$$3(x - 12 - 4) - 4 = x$$

$$3x - 48 - 4 = x$$

$$2x = 52$$

$$x = 26$$

Máša je stará 26 let a Dáši je 22 let.

Miliarda eur v desetiurových bankovkách by vytvořila sloup o výšce 10 km. Jaká je tloušťka desetiurové bankovky?

Řešení:

Miliarda ...  $10^9$

1 miliarda má  $10^8$  desetiurovek

$$\begin{array}{lcl} \uparrow & 10^8 \text{ bankovek} \dots\dots\dots & 10^4 \text{ m} \\ & \underline{1 \text{ bankovka} \dots\dots\dots x \text{ m}} & \uparrow \end{array}$$

$$x = \frac{1}{10^8} \cdot 10^4 = 10^{-4}$$

Tloušťka bankovky je  $10^{-4}$  m.



Ve fotbalovém mužstvu z Dlouhé Třebové je 11 hráčů. Jejich průměrný věk je 22 let. Během zápasu musel jeden z hráčů pro zranění odstoupit. Průměrný věk zbývajících hráčů byl pak 21 let. Jak starý byl zraněný hráč?

Řešení:

Věk zraněného hráče ...  $x$

Celkový věk všech hráčů ...  $A$

$$\frac{A}{11} = 22$$

$$\frac{A - x}{10} = 21$$

$A$  je tedy z první rovnice 242

Z druhé rovnice po dosazení  $x = 32$

Zraněnému hráči bylo 32 let.

Řešte rovnici, určete podmínky řešení a proveďte zkoušku:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 2$$

**Řešení:**

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 2 &\Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{x+1}{2x+1} = 2 \Rightarrow x+1 = 4x+2 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Podmínky:  $x \neq 0$  ,  $x \neq -1$  ,  $x \neq -0,5$

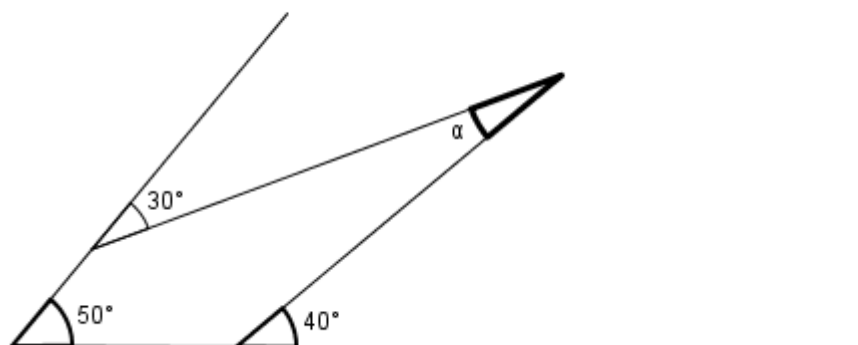
Zkouška: 
$$l\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{-\frac{1}{3}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1-3}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$p\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \Rightarrow K = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

**U3 / 4**

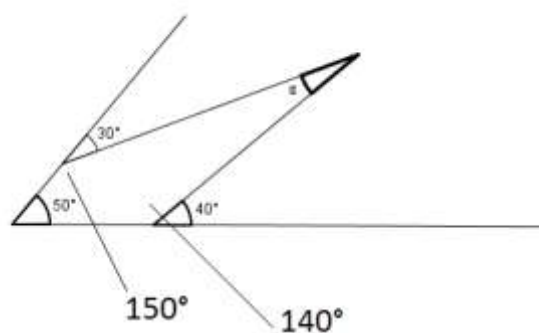
**10 b.**

Určete velikost úhlu  $\alpha$  na obrázku.



Řešení:

$$\alpha = 360^\circ - 150^\circ - 50^\circ - 140^\circ = 20^\circ$$



Závodů v běhu na 100 m se účastní 625 závodníků. Závodní dráha má 5 běžeckých tratí a z každého rozběhu postupuje do další soutěže jen vítěz - ostatní závodníci jsou vyřazeni. Jaký minimální počet rozběhů je nutný k určení vítěze závodu?

**Řešení:**

V prvním kole poběží závodníci  $625/5 = 125$  rozběhů.

Ve druhém  $125/5 = 25$  rozběhů.

Ve třetím kole poběží  $25/5 = 5$  rozběhů.

Z nichž postoupí do finále 5 nejlepších.

Celkem se tedy poběží  $125+25+5+1 = \underline{156}$